IEC 61710

Edition 2.0 2013-05

INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE

colour inside

Power law model – Goodness-of-fit tests and estimation methods

Modèle de loi en puissance – Essais d'adéquation et méthodes d'estimation des paramètres

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

COMMISSION ELECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

PRICE CODE
CODE PRIX XA

ICS 03.120.01; 03.120.30

ISBN 978-2-83220-797-0

Warning! Make sure that you obtained this publication from an authorized distributor.
Attention! Veuillez vous assurer que vous avez obtenu cette publication via un distributeur agréé.

® Registered trademark of the International Electrotechnical Commission
Marque déposée de la Commission Electrotechnique Internationale

CONTENTS

FOREWORD 5
INTRODUCTION 7
1 Scope 8
2 Normative references 8
3 Terms and definitions 8
4 Symbols and abbreviations 8
5 Power law model 9
6 Data requirements 10
6.1 General 10
6.1.1 Case 1 – Time data for every relevant failure for one or more copies from the same population 10
6.1.2 Case 1a) – One repairable item 10
6.1.3 Case 1b) – Multiple items of the same kind of repairable item observed for the same length of time 11
6.1.4 Case 1c) – Multiple repairable items of the same kind observed for different lengths of time 11
6.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures for one or more repairable items from the same population 12
6.3 Case 3 – Time data for every relevant failure for more than one repairable item from different populations 12
7 Statistical estimation and test procedures 13
7.1 Overview 13
7.2 Point estimation 13
7.2.1 Case 1a) and 1b) – Time data for every relevant failure 13
7.2.2 Case 1c) – Time data for every relevant failure 14
7.2.3 Case 2 – Time data for groups of relevant failures 15
7.3 Goodness-of-fit tests 16
7.3.1 Case 1 – Time data for every relevant failure 16
7.3.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures 17
7.4 Confidence intervals for the shape parameter 18
7.4.1 Case 1 – Time data for every relevant failure 18
7.4.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures 19
7.5 Confidence intervals for the failure intensity 20
7.5.1 Case 1 – Time data for every relevant failure 20
7.5.2 Case 2 – Time data for groups of relevant failures 20
7.6 Prediction intervals for the length of time to future failures of a single item 21
7.6.1 Prediction interval for length of time to next failure for case 1 – Time data for every relevant failure 21
7.6.2 Prediction interval for length of time to Rth future failure for case 1 – Time data for every relevant failure 22
7.7 Test for the equality of the shape parameters $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ 23
7.7.1 Case 3 – Time data for every relevant failure for two items from different populations 23
7.7.2 Case 3 – Time data for every relevant failure for three or more items from different populations 24
Annex A (informative) The power law model – Background information 30
Annex B (informative) Numerical examples 31

Annex C (informative) Bayesian estimation for the power law model 41
Bibliography 56

Figure 1 – One repairable item 10
Figure 2 – Multiple items of the same kind of repairable item observed for same length of time 11
Figure 3 – Multiple repairable items of the same kind observed for different lengths of time 12
Figure B.1 – Accumulated number of failures against accumulated time for software system 32
Figure B.2 – Expected against observed accumulated times to failure for software system 32
Figure B.3 – Accumulated number of failures against accumulated time for five copies of a system 35
Figure B.4 – Accumulated number of failures against accumulated time for an OEM product from vendors A and B 37
Figure B.5 – Accumulated number of failures against time for generators 38
Figure B.6 – Expected against observed accumulated number of failures for generators 39
Figure C.1 – Plot of fitted Gamma prior (6,7956, 0,0448) 47
for the shape parameter of the power law model 47
Figure C.2 – Plot of fitted Gamma prior (17,756 6, 1447,408) for the expected number of failures parameter of the power law model 47
Figure C.3 – Subjective distribution of number of failures 51
Figure C.4 – Plot of the posterior probability distribution for the number of future failures, M 54
Figure C.5 – Plot of the posterior cumulative distribution for the number of future failures, M 55

Table 1 – Critical values for Cramer-von-Mises goodness-of-fit test at 10 % level of significance 25
Table 2 – Fractiles of the Chi-square distribution 26
Table 3 – Multipliers for two-sided 90 % confidence intervals for intensity function for time terminated data 27
Table 4 – Multipliers for two-sided 90 % confidence intervals for intensity function for failure terminated data 28
Table 5 – 0,95 fractiles of the F distribution 29
Table B.1 – All relevant failures and accumulated times for software system 31
Table B.2 – Calculation of expected accumulated times to failure for Figure B.2 33
Table B.3 – Accumulated times for all relevant failures for five copies of a system (labelled A, B, C, D, E) 34
Table B.4 – Combined accumulated times for multiple items of the same kind of a system 34
Table B.5 – Accumulated operating hours to failure for OEM product from vendors A and B 36
Table B.6 – Grouped failure data for generators 38
Table B.7 – Calculation of expected numbers of failures for Figure B.6 40
Table C.1 – Strengths and weakness of classical and Bayesian estimation 42

Table C.2 – Grid for eliciting subjective distribution for shape parameter β 46
Table C.3 – Grid for eliciting subjective distribution for expected number of failures parameter η 46
Table C.4 – Comparison of fitted Gamma and subjective distribution for shape parameter β 48
Table C.5 – Comparison of fitted Gamma and subjective distribution for expected number of failures by time $T = 20\ 000\ \mathrm{h}$ parameter η 48
Table C.6 – Times to failure data collected on system test 49
Table C.7 – Summary of estimates of power law model parameters 50
Table C.8 – Time to failure data for operational system 53

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

POWER LAW MODEL – GOODNESS-OF-FIT TESTS AND ESTIMATION METHODS

FOREWORD

1) The International Electrotechnical Commission (IEC) is a worldwide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of IEC is to promote international co-operation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, IEC publishes International Standards, Technical Specifications, Technical Reports, Publicly Available Specifications (PAS) and Guides (hereafter referred to as "IEC Publication(s)"). Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
2) The formal decisions or agreements of IEC on technical matters express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the relevant subjects since each technical committee has representation from all interested IEC National Committees.
3) IEC Publications have the form of recommendations for international use and are accepted by IEC National Committees in that sense. While all reasonable efforts are made to ensure that the technical content of IEC Publications is accurate, IEC cannot be held responsible for the way in which they are used or for any misinterpretation by any end user.
4) In order to promote international uniformity, IEC National Committees undertake to apply IEC Publications transparently to the maximum extent possible in their national and regional publications. Any divergence between any IEC Publication and the corresponding national or regional publication shall be clearly indicated in the latter.
5) IEC itself does not provide any attestation of conformity. Independent certification bodies provide conformity assessment services and, in some areas, access to IEC marks of conformity. IEC is not responsible for any services carried out by independent certification bodies.
6) All users should ensure that they have the latest edition of this publication.
7) No liability shall attach to IEC or its directors, employees, servants or agents including individual experts and members of its technical committees and IEC National Committees for any personal injury, property damage or other damage of any nature whatsoever, whether direct or indirect, or for costs (including legal fees) and expenses arising out of the publication, use of, or reliance upon, this IEC Publication or any other IEC Publications.
8) Attention is drawn to the Normative references cited in this publication. Use of the referenced publications is indispensable for the correct application of this publication.
9) Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this IEC Publication may be the subject of patent rights. IEC shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

International Standard IEC 61710 has been prepared by IEC technical committee 56: Dependability.

This second edition cancels and replaces the first edition, published in 2000, and constitutes a technical revision.

The main changes with respect to the previous edition are listed below:

– the inclusion of an additional Annex C on Bayesian estimation for the power law model.

The text of this standard is based on the following documents:

FDIS	Report on voting
56/1500/FDIS	56/1508/RVD

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

This publication has been drafted in accordance with the ISO/IEC Directives, Part 2.

The committee has decided that the contents of this publication will remain unchanged until the stability date indicated on the IEC web site under "http://webstore.iec.ch" in the data related to the specific publication. At this date, the publication will be

- reconfirmed,
- withdrawn,
- replaced by a revised edition, or
- amended.

IMPORTANT – The 'colour inside' logo on the cover page of this publication indicates that it contains colours which are considered to be useful for the correct understanding of its contents. Users should therefore print this document using a colour printer.

INTRODUCTION

This International Standard describes the power law model and gives step-by-step directions for its use. There are various models for describing the reliability of repairable items, the power law model being one of the most widely used. This standard provides procedures to estimate the parameters of the power law model and to test the goodness-of-fit of the power law model to data, to provide confidence intervals for the failure intensity and prediction intervals for the length of time to future failures. An input is required consisting of a data set of times at which relevant failures occurred, or were observed, for a repairable item or a set of copies of the same item, and the time at which observation of the item was terminated, if different from the time of final failure. All output results correspond to the item type under consideration.

Some of the procedures can require computer programs, but these are not unduly complex. This standard presents algorithms from which computer programs should be easy to construct.

POWER LAW MODEL – GOODNESS-OF-FIT TESTS AND ESTIMATION METHODS

1 Scope

This International Standard specifies procedures to estimate the parameters of the power law model, to provide confidence intervals for the failure intensity, to provide prediction intervals for the times to future failures, and to test the goodness-of-fit of the power law model to data from repairable items. It is assumed that the time to failure data have been collected from an item, or some identical items operating under the same conditions (e.g. environment and load).

2 Normative references

The following documents, in whole or in part, are normatively referenced in this document and are indispensable for its application. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

IEC 60050-191:1990, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Chapter 191: Dependability and quality of service*

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS 61
INTRODUCTION 63
1 Domaine d'application 64
2 Références normatives 64
3 Termes et définitions 64
4 Symboles et abréviations 64
5 Modèle de loi en puissance 65
6 Exigences relatives aux données 66
6.1 Généralités 66
6.1.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte pour un ou plusieurs exemplaires de la même population 66
6.1.2 Cas 1a) – Une entité réparable 66
6.1.3 Cas 1b) – Entités multiples du même type d'entité réparable observées pendant la même durée 67
6.1.4 Cas 1c) – Entités réparables multiples du même type observées pendant des durées différentes 67
6.2 Cas 2 – Données temporelles pour les groupes de défaillances à prendre en compte pour une ou plusieurs entités réparables de la même population 68
6.3 Cas 3 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte pour plus d'une entité réparable de populations différentes 68
7 Estimation statistique et procédures d'essai 69
7.1 Généralités 69
7.2 Estimation ponctuelle 69
7.2.1 Cas 1a) et 1b) – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 69
7.2.2 Cas 1c) – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 70
7.2.3 Cas 2 – Données temporelles pour les groupes de défaillances à prendre en compte 71
7.3 Essais d'adéquation 72
7.3.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 72
7.3.2 Cas 2 – Données temporelles pour les groupes des défaillances à prendre en compte 73
7.4 Intervalles de confiance pour le paramètre de forme 74
7.4.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 74
7.4.2 Cas 2 – Données temporelles pour les groupes des défaillances à prendre en compte 76
7.5 Intervalles de confiance pour l'intensité de défaillance 76
7.5.1 Cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 76
7.5.2 Cas 2 – Données temporelles pour les groupes des défaillances à prendre en compte 77
7.6 Intervalles de prédiction pour les durées jusqu'aux défaillances futures d'une entité unique 78
7.6.1 Intervalle de prédiction pour les durées jusqu'à la prochaine défaillance pour le cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 78

7.6.2 Intervalle de prédiction pour les durées jusqu'à la $R^{ième}$ défaillance future pour le cas 1 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte 79
7.7 Essai d'égalité des paramètres de forme $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ 80
7.7.1 Cas 3 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte pour deux entités de populations différentes 80
7.7.2 Cas 3 – Données temporelles pour chaque défaillance à prendre en compte pour plus de deux entités de populations différentes 80
Annexe A (informative) Modèle de loi en puissance – Informations connexes 86
Annexe B (informative) Exemples numériques 87
Annexe C (informative) Estimation bayésienne pour le modèle de loi en puissance 97
Bibliographie 113

Figure 1 – Une entité réparable 67
Figure 2 – Entités multiples du même type d'entité réparable observées pendant la même durée 67
Figure 3 – Entités réparables multiples du même type observées pendant des durées différentes 68
Figure B.1 – Nombre cumulé de défaillances en fonction du temps cumulé pour les systèmes informatiques 88
Figure B.2 – Temps cumulés attendus en fonction des temps cumulés observés jusqu'à la défaillance pour les systèmes informatiques 88
Figure B.3 – Nombre cumulé de défaillances en fonction du temps cumulé pour cinq copies d'un système 91
Figure B.4 – Nombre cumulé de défaillances en fonction du temps cumulé pour un produit OEM des vendeurs A et B 93
Figure B.5 – Nombre cumulé de défaillances en fonction du temps pour les générateurs 95
Figure B.6 – Nombre cumulé de défaillances en fonction du nombre de défaillances observées pour les générateurs 95
Figure C.1 – Tracé de la distribution Gamma antérieure ajustée (6,7956, 0,0448) pour le paramètre de forme du modèle de loi en puissance 103
Figure C.2 – Tracé de la distribution Gamma antérieure ajustée (17,756 6, 1447,408) pour le nombre attendu de paramètres de défaillance du modèle de loi en puissance 103
Figure C.3 – Distribution subjective du nombre de défaillances 107
Figure C.4 – Représentation de la distribution de probabilités postérieure pour le nombre de défaillances futures, M 111
Figure C.5 – Représentation de la distribution cumulative postérieure pour le nombre de défaillances futures, M 111

Tableau 1 – Valeurs critiques pour l'essai d'adéquation de Cramer-von-Mises avec un niveau de signification de 10 % 81
Tableau 2 – Fractiles de la distribution de Khi-deux 82
Tableau 3 – Multiplicateurs pour les intervalles de confiance bilatéraux à 90 % pour la fonction d'intensité dans le cas de données censurées par le temps 83
Tableau 4 – Multiplicateurs pour les intervalles de confiance bilatéraux à 90 % pour la fonction d'intensité dans le cas de données censurées par une défaillance 84
Tableau 5 – Fractiles 0,95 de la distribution F 85

Tableau B.1 – Temps de défaillances à prendre en compte cumulés pour les systèmes informatiques 87
Tableau B.2 – Calcul des temps attendus et cumulés de défaillance pour la Figure B.2 89
Tableau B.3 – Temps cumulés pour toutes les défaillances à prendre en compte pour cinq copies d'un système (désignées par A, B, C, D, E) 90
Tableau B.4 – Temps cumulés combinés pour des entités multiples de même type d'un système 90
Tableau B.5 – Heures de fonctionnement cumulées jusqu'à la défaillance pour un produit OEM des vendeurs A et B 92
Tableau B.6 – Données de défaillances groupées pour les générateurs 94
Tableau B.7 – Calcul des nombres attendus de défaillances pour la Figure B.6 96
Tableau C.1 – Forces et faiblesses comparées de l'estimation classique et de l'estimation bayésienne 98
Tableau C.2 – Grille de représentation de la distribution subjective pour le paramètre de forme β 102
Tableau C.3 – Grille de représentation de la distribution subjective pour le nombre attendu de paramètres de défaillance η 102
Tableau C.4 – Comparaison des distributions Gamma ajustée et subjective pour le paramètre de forme β 104
Tableau C.5 – Comparaison des distributions Gamma ajustée et subjective pour le nombre attendu de défaillances par rapport au temps $T = 20\ 000\ \mathrm{h}$ paramètre η 104
Tableau C.6 – Temps par rapport aux données de défaillances rassemblées pendant l'essai du système 105
Tableau C.7 – Résumé des estimations des paramètres du modèle de loi en puissance 106
Tableau C.8 – Données d'intervalle de défaillance pour un système opérationnel 109

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

MODÈLE DE LOI EN PUISSANCE – ESSAIS D'ADÉQUATION ET MÉTHODES D'ESTIMATION DES PARAMÈTRES

AVANT-PROPOS

1) La Commission Electrotechnique Internationale (CEI) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI – entre autres activités – publie des Normes internationales, des Spécifications techniques, des Rapports techniques, des Spécifications accessibles au public (PAS) et des Guides (ci-après dénommés "Publication(s) de la CEI"). Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
2) Les décisions ou accords officiels de la CEI concernant les questions techniques représentent, dans la mesure du possible, un accord international sur les sujets étudiés, étant donné que les Comités nationaux de la CEI intéressés sont représentés dans chaque comité d'études.
3) Les Publications de la CEI se présentent sous la forme de recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux de la CEI. Tous les efforts raisonnables sont entrepris afin que la CEI s'assure de l'exactitude du contenu technique de ses publications; la CEI ne peut pas être tenue responsable de l'éventuelle mauvaise utilisation ou interprétation qui en est faite par un quelconque utilisateur final.
4) Dans le but d'encourager l'uniformité internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent, dans toute la mesure possible, à appliquer de façon transparente les Publications de la CEI dans leurs publications nationales et régionales. Toutes divergences entre toutes Publications de la CEI et toutes publications nationales ou régionales correspondantes doivent être indiquées en termes clairs dans ces dernières.
5) La CEI elle-même ne fournit aucune attestation de conformité. Des organismes de certification indépendants fournissent des services d'évaluation de conformité et, dans certains secteurs, accèdent aux marques de conformité de la CEI. La CEI n'est responsable d'aucun des services effectués par les organismes de certification indépendants.
6) Tous les utilisateurs doivent s'assurer qu'ils sont en possession de la dernière édition de cette publication.
7) Aucune responsabilité ne doit être imputée à la CEI, à ses administrateurs, employés, auxiliaires ou mandataires, y compris ses experts particuliers et les membres de ses comités d'études et des Comités nationaux de la CEI, pour tout préjudice causé en cas de dommages corporels et matériels, ou de tout autre dommage de quelque nature que ce soit, directe ou indirecte, ou pour supporter les coûts (y compris les frais de justice) et les dépenses découlant de la publication ou de l'utilisation de cette Publication de la CEI ou de toute autre Publication de la CEI, ou au crédit qui lui est accordé.
8) L'attention est attirée sur les références normatives citées dans cette publication. L'utilisation de publications référencées est obligatoire pour une application correcte de la présente publication.
9) L'attention est attirée sur le fait que certains des éléments de la présente Publication de la CEI peuvent faire l'objet de droits de brevet. La CEI ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de brevets et de ne pas avoir signalé leur existence.

La Norme internationale CEI 61710 a été établie par le comité d'études 56 de la CEI: Sûreté de fonctionnement.

Cette deuxième édition annule et remplace la première édition parue en 2000. Cette édition constitue une révision technique.

Les modifications principales par rapport à l'édition précédente sont les suivantes:

– Introduction d'une Annexe supplémentaire C traitant de l'estimation bayésienne pour le modèle de loi en puissance.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

FDIS	Rapport de vote
56/1500/FDIS	56/1508/RVD

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

Cette publication a été rédigée selon les Directives ISO/CEI, Partie 2.

Le comité a décidé que le contenu de cette publication ne sera pas modifié avant la date de stabilité indiquée sur le site web de la CEI sous "http://webstore.iec.ch" dans les données relatives à la publication recherchée. A cette date, la publication sera

- reconduite,
- supprimée,
- remplacée par une édition révisée, ou
- amendée.

IMPORTANT – Le logo *"colour inside"* qui se trouve sur la page de couverture de cette publication indique qu'elle contient des couleurs qui sont considérées comme utiles à une bonne compréhension de son contenu. Les utilisateurs devraient, par conséquent, imprimer cette publication en utilisant une imprimante couleur.

INTRODUCTION

La présente Norme internationale décrit le modèle de loi en puissance et donne des indications étape par étape pour son utilisation. Il existe différents modèles pour décrire la fiabilité des entités réparables, le modèle de loi en puissance étant l'un des plus largement utilisés. La présente norme fournit des procédures pour l'estimation des paramètres du modèle en puissance, pour vérifier l'adéquation du modèle de loi en puissance avec les données, pour déterminer les intervalles de confiance pour l'intensité de défaillance et les intervalles de prédiction pour les durées jusqu'aux défaillances futures. Comme donnée de départ, il est exigé de fournir les temps d'essai auxquels les défaillances à prendre en compte se sont produites ou ont été observées pour une entité réparable ou plusieurs exemplaires de la même entité ainsi que le temps de fin de l'observation de l'entité s'il est différent de celui de la dernière défaillance. Tous les résultats obtenus correspondent au type d'entité considéré.

Quelques-unes de ces procédures peuvent nécessiter des programmes informatiques mais elles ne sont pas excessivement complexes. Cette norme présente des algorithmes à partir desquels des programmes informatiques pourront facilement être conçus.

MODÈLE DE LOI EN PUISSANCE – ESSAIS D'ADÉQUATION ET MÉTHODES D'ESTIMATION DES PARAMÈTRES

1 Domaine d'application

La présente Norme internationale spécifie les procédures pour l'estimation des paramètres du modèle de loi en puissance en fournissant les intervalles de confiance pour l'intensité de défaillance, les intervalles de prédiction pour les défaillances futures et pour déterminer l'adéquation du modèle de loi en puissance avec les données relatives aux entités réparables. L'hypothèse prise est que les données de durées avant défaillance ont été collectées à partir d'une ou de plusieurs entités identiques fonctionnant dans les mêmes conditions (par exemple d'environnement et de charge).

2 Références normatives

Les documents suivants sont cités en référence de manière normative, en intégralité ou en partie, dans le présent document et sont indispensables pour son application. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

CEI 60050-191:1990, *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI) – Chapitre 191: Sûreté de fonctionnement et qualité de service*